

# RALENTISSEMENT DE PARTICULES SUPRATHERMIQUES DANS UN MILIEU HÉTÉROGÈNE ALÉATOIRE POUR LA FCI

R. SENTIS\*, J.-F. CLOUËT\*, F. GOLSE\*\*, M. PUEL\*\*\*

\*CEA - DAM - ÎLE-DE-FRANCE, \*\*ECOLE POLYTECHNIQUE, PALAISEAU, \*\*\*UNIVERSITE P. SABATIER, TOULOUSE

**D**ans le cadre des plasmas de fusion par laser, on étudie un problème de ralentissement de particules chargées suprathermiques. Nous nous plaçons dans le cadre d'une géométrie aléatoire binaire composée de deux matériaux et nous cherchons à déterminer la fraction  $P$  de particules qui s'arrêtent dans un des matériaux.



Les problèmes de transport de particules dans des milieux hétérogènes sont bien connus dans le cas d'hétérogénéités périodiques, si le libre parcours moyen des particules est de taille comparable aux hétérogénéités. Dans le cas où le libre parcours moyen est beaucoup plus grand que la taille de ces dernières, ce problème a été étudié pour des hétérogénéités périodiques ou aléatoires [1]. La section efficace équivalente du milieu homogénéisé est alors la moyenne des sections efficaces pondérées par les volumes de chaque matériau.

Le problème traité ici est différent [2]. Dans le cadre de la fusion par confinement inertiel (FCI), il s'agit du transport et du ralentissement de particules de Tritium créées par la réaction de fusion  $D + D \Rightarrow T + \text{proton}$ . Ces particules sont dites suprathermiques car elles possèdent une vitesse grande devant la vitesse d'agitation thermique. Le milieu hétérogène est constitué d'un matériau léger (le deutérium) et d'un matériau dense (une coquille en plastique). Une question importante est alors de savoir où les particules suprathermiques s'arrêtent, leur arrêt dans le milieu léger étant susceptible de contribuer à de nouvelles réactions de fusion avec le deutérium.

## Modélisation du milieu aléatoire

Différentes modélisations existent, comme les mélanges binaires de type Poissonien (figure 1a) ou encore les milieux de type Markovien (figure 1b). Nous opérons donc de la façon suivante. Le matériau lourd  $G$  est supposé être une réunion de sphères  $S_q$  dont les centres  $q$  sont répartis selon un processus ponctuel de Poisson (i.e. la probabilité qu'il y ait  $n$  points dans un ensemble fermé  $A$  de volume  $|A|$  est égal à  $(\lambda |A|)^n \exp(-\lambda |A|) / n!$ ).

Les sphères ont un rayon fixe  $r$  (celui-ci pourrait être aléatoire avec un certain écart-type) et peuvent se recouvrir. Le complémentaire de  $G$ , noté  $G^c$ , constitue le matériau léger. Nous notons  $f$  la fraction volumique du milieu  $G$ ; en notant  $E$  l'espérance, nous avons pour tout  $A$  :

$$f = \frac{1}{|A|} E(|A \cap G|) = 1 - \exp\left(-\lambda \frac{4\pi}{3} r^3\right).$$

Nous pouvons évaluer, dans ce cadre, la longueur moyenne d'une corde du milieu  $G$  [3]. Notons que si nous étions dans l'espace entier, le milieu aléatoire correspondant serait ergodique. En fait, nous considérons le problème sur un tore  $[0, L]^3$ , où  $L$  est une distance caractéristique d'observation de façon à pouvoir réaliser des simulations numériques, et ne pas avoir de problèmes techniques de condition aux limites.

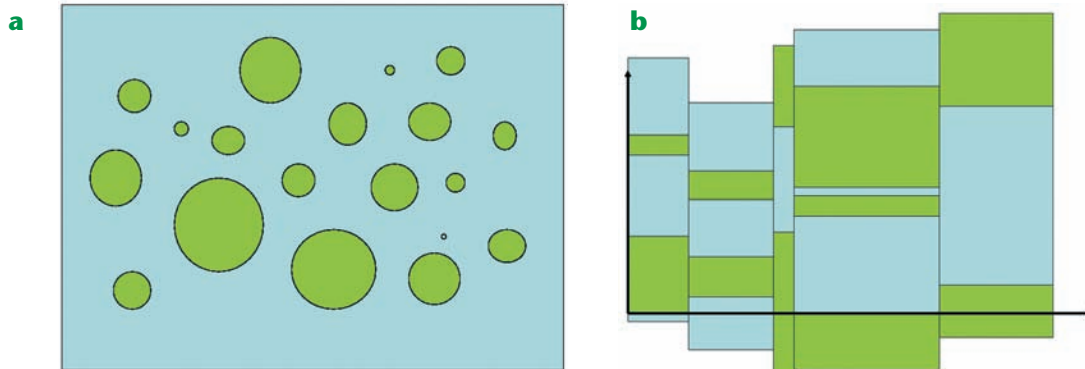


Figure 1 a Milieu Booléen de type Poisson

b Milieu de type Markovien.

### Modèle de transport

La densité de particules au temps  $t$ , à la position  $x$  avec la vitesse de module  $w$  et de direction  $\Omega$  est notée  $u(t,x,w,\Omega)$ . Nous supposons que ces particules sont ralenties en ligne droite, et que la fonction  $u$  satisfait l'équation de transport :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + w\Omega \frac{\partial u}{\partial x} - K(x) \frac{\partial u}{\partial w} = 0$$

où le paramètre d'arrêt  $K$  prend deux valeurs distinctes, selon que l'on est dans le milieu lourd ( $K = k$ ) ou dans le milieu léger ( $K = m$ ).

Nous supposons aussi que les particules sont créées uniformément dans le milieu léger. Le problème revient alors à déterminer la fraction  $P$  de particules qui s'arrêtent dans ce milieu léger, c'est à dire la quantité suivante :

$$P = \frac{1}{|G^c|} \iiint 1_{G^c}(x) u(t_{max}, x, \Omega, w) \frac{d\Omega}{4\pi} dx dw$$

où  $t_{max}$  est un temps assez grand, tel que le module  $w$  soit nul. Nous avons donc quatre longueurs caractéristiques  $L, r, k^{-1}, m^{-1}$ . Ces deux dernières correspondent aux longueurs de ralentissement dans le milieu lourd et dans le milieu léger, respectivement, et sont supposées satisfaire  $k^{-1} \leq m^{-1} \leq L$  et  $m^{-1} \sim L$ .

Dans [2], nous avons étudié d'une part le cas limite correspondant aux sphères petites devant la longueur de ralentissement du milieu lourd, c'est-à-dire  $r.k \ll 1$ . Cette configuration correspond à de l'homogénéisation. Nous trouvons alors une fonction analytique telle que :

$$P(f) \equiv P_h(f) = \frac{m(1-f)}{m(1-f) + kf}$$

D'autre part, nous avons étudié le cas opposé, correspondant aux sphères du milieu lourd ayant un très fort pouvoir de ralentissement  $r.k \gg 1$ . Les particules ont alors une forte probabilité de s'arrêter dans la première sphère rencontrée et nous montrons que :

$$(f) \equiv P_s(f) = \exp\left(-\frac{3}{4mr} \log(1-f)\right)$$

### Simulations numériques

Un très grand nombre de simulations numériques ont ensuite été réalisées dans des cas intermédiaires entre les deux configurations précédentes. Cela permet de proposer un "fit" entre les deux formules obtenues. Par une démarche empirico-numérique, nous avons pu finalement construire une approximation de  $P(f)$  qui est une combinaison linéaire des deux formules  $P_h$  et  $P_s$  en utilisant une fonction de  $rk$ . Elle peut être comparée avec celle proposée dans [4] obtenue avec l'hypothèse d'un milieu Markovien. Sur la figure 2, nous comparons notre formule, celle de [4] et les résultats obtenues par simulation numériques.

### Conclusion

Avec une bonne caractérisation locale des grandeurs représentatives de la géométrie (ici les quantités  $f, k, m$  et  $r$ ) et des techniques de "géométrie stochastique" [3], nous avons pu établir une formule approchée pour la quantité d'intérêt  $P(f)$ , en utilisant des techniques asymptotiques et des simulations numériques fournissant un "raccord" entre les formules théoriques.

### Références

[1] L. DUMAS, F. GOLSE, "Homogeneization of Transport Equations", *SIAM J. Appl. Math.*, **60**, p. 1447-1470, (2000).  
 [2] J.-F. CLOUET, F. GOLSE, M. PUEL, R. SENTIS, "On the slowing down of charged particles in a binary stochastic mixture", *Kinetics Rel. Models*, **1**, p. 387-404 (2008).  
 [3] D. STOYAN, W.S. KENDALL, J. MECKE, "Stochastic Geometry and applications", Ed. John Wiley, Chichester (1995).  
 [4] A. K. PRINJA, G. C. POMRANING, "On the propagation of a charged particle beam in a random medium. II: Discrete binary statistics", *Transport Theory Statist. Phys.*, **24**, p. 565-590 (1995).

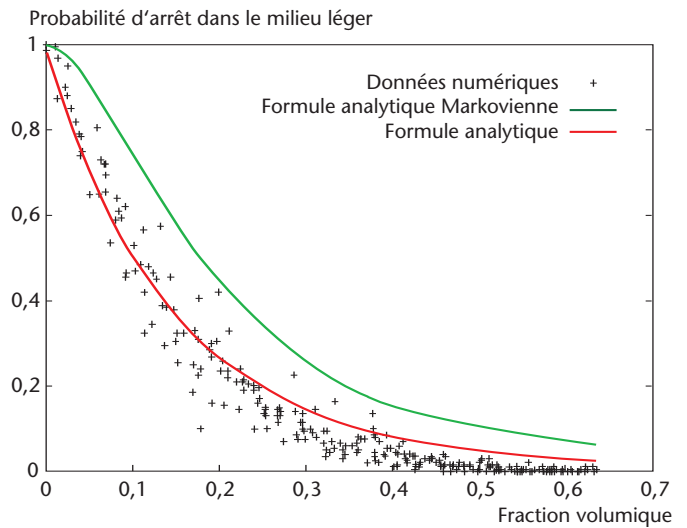


Figure 2  
 Quantité  $P$  en fonction de  $f$  pour une certaine valeur des coefficients  $r, k, m$  : comparaison entre notre formule (courbe rouge), celle de [4] (courbe verte) et les résultats de simulations numériques (symboles +). Les positions des centres  $q$  sont tirées au hasard.