

Réponses vibratoires non linéaires

M. CLAEYS - J.-P. LAMBELIN - B. ALCOVERRO / CEA – CESTA
 J.-J. SINOÛ / Laboratoire de tribologie et dynamique des systèmes, UMR 5513 CNRS – École Centrale de Lyon

L'étude des réponses vibratoires des structures se fait traditionnellement par analyse modale expérimentale et numérique. Ces méthodes reposent sur l'hypothèse que les réponses vibratoires sont linéairement dépendantes du niveau d'excitation. En réalité, les grands déplacements, le frottement, les contacts ou encore les matériaux non élastiques induisent des réponses vibratoires non linéaires. Dans ces premiers travaux au CEA – DAM, plusieurs méthodes de simulation ont été introduites et appliquées à un cas d'étude, puis validées expérimentalement. Cette nouvelle approche de la dynamique vibratoire permet de comprendre et de prédire les réponses vibratoires non linéaires.

Les méthodes linéaires de calcul des structures ne permettent pas de simuler des modes de résonance qui évoluent avec le niveau d'excitation. Pour y pallier le recours à l'expérience est inévitable. On peut approcher le comportement expérimental de la structure par plusieurs modèles linéaires qui ne sont valables qu'à certains niveaux d'excitation. Les modèles numériques ne sont ainsi pas prédictifs pour des niveaux d'excitation non observés expérimentalement.

Expériences

Pour observer et simuler ces réponses vibratoires non linéaires, une poutre bi-encastée a été étudiée (figure 1). La structure est excitée à sa base par un pot vibrant et la réponse est mesurée par un accéléromètre au centre de la poutre. Plusieurs comportements vibratoires non

linéaires sont observés (figure 2). La fréquence de résonance augmente avec le niveau d'excitation (raidissement). À fort niveau d'excitation, des discontinuités sont présentes. À la résonance maximale, un changement incrémental de la fréquence d'excitation provoque un grand « saut » de l'amplitude de la réponse. Un phénomène d'hystérésis est également présent : la courbe de réponse fréquentielle n'est pas la même selon que l'on excite la structure des basses fréquences vers les hautes ou l'inverse. Enfin la réponse vibratoire est multi-harmonique. L'excitation est sinusoïdale de pulsation Ω , mais la réponse stationnaire du système est une superposition de signaux à Ω , 2Ω , 3Ω , etc. Sur la figure 2 seule la composante harmonique (1Ω) est tracée, les autres composantes harmoniques, tracées sur la figure 3, ont été obtenues par une méthode de traitement du signal avancée [1].

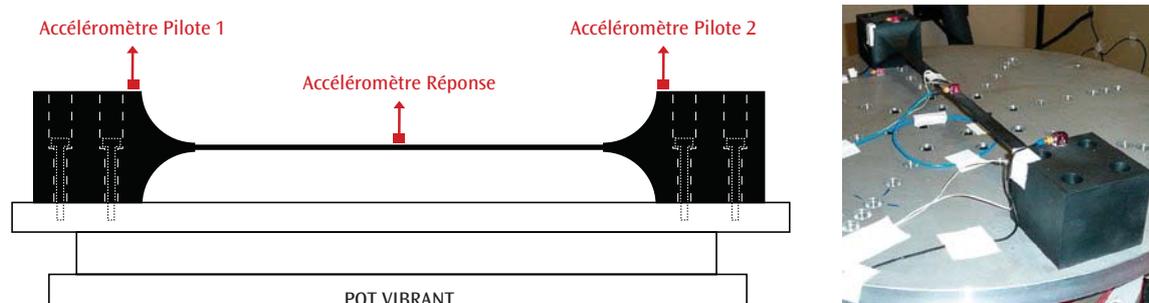


Figure 1. Schéma et photographie du cas d'étude, une poutre bi-encastée.

Simulation

La non-linéarité s'explique ici par les grands déplacements de la poutre. La fréquence de résonance de la poutre augmente avec la tension interne (comme une corde de guitare). Lorsque la poutre oscille avec une amplitude importante (quelques millimètres), elle tire sur ses encastresments et génère une tension. Cette tension oscille aussi et en moyenne, elle croît avec le niveau d'excitation. On explique ainsi l'augmentation de la fréquence de résonance. Au niveau mathématique, un terme cubique apparaît dans l'équation de la dynamique, qui devient une équation de Duffing. La solution de cette équation peut être obtenue par de nombreuses méthodes [2]. Une méthode de développement multi-échelles, une méthode de tir basée sur l'intégration temporelle et une méthode de balance harmonique ont été utilisées [1] et comparées à l'expérience. Les deux dernières méthodes sont numériques et donnent des résultats identiques qui sont comparés à l'expérience sur la **figure 2**. On retrouve par la simulation les phénomènes de raidissement, de saut et d'hystérésis.

La méthode de balance harmonique est basée sur une décomposition en série de Fourier tronquée de la solution. Elle permet directement de calculer les composantes harmoniques de la réponse à 2Ω et 3Ω (**figure 3**). L'influence du signal d'entrée sur la réponse multi-harmonique est très importante.

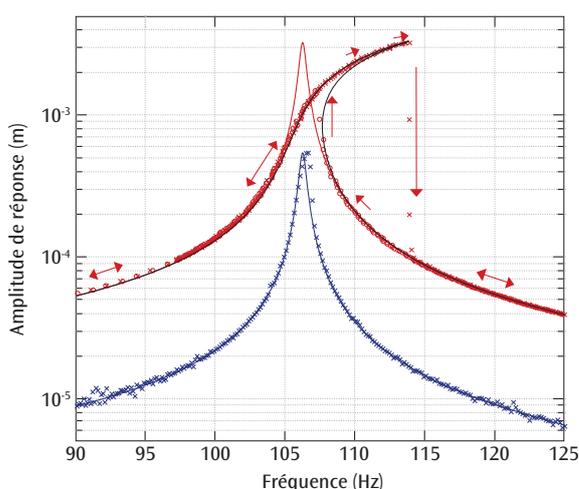


Figure 2. Réponse fréquentielle à faible (bleu) et fort (rouge) niveau d'excitation. Les résultats expérimentaux sont représentés par des croix et des cercles, selon qu'ils ont été effectués des basses fréquences vers les hautes ou inversement. Les résultats de simulations linéaires sont représentés en trait plein bleu et rouge, le résultat de simulation vibratoire non linéaire en noir.

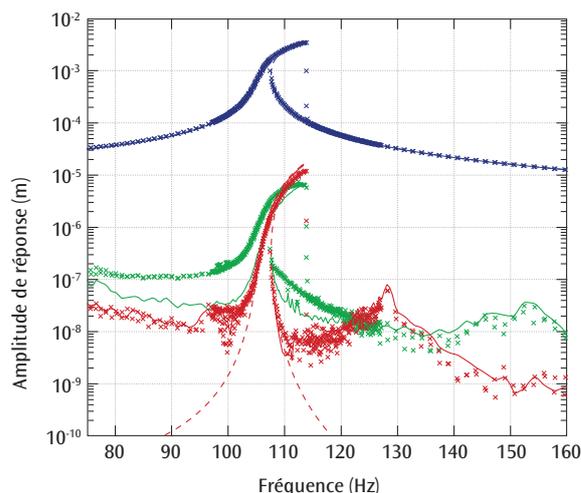


Figure 3. Décomposition en harmoniques de la réponse vibratoire à fort niveau d'excitation. Les harmoniques 1, 2 et 3 sont représentées en bleu, vert et rouge, les croix représentent les mesures. Les courbes en trait plein correspondent aux résultats de simulation vibratoire non linéaire avec une excitation mesurée multi-harmonique, les courbes en pointillés correspondent à une excitation idéale mono-harmonique.

Le signal d'excitation expérimental est lui-même multi-harmonique et la prise en compte de ce signal d'entrée dans la simulation permet de simuler très correctement le signal de sortie. Les calculs avec une entrée multi-harmonique mesurée ou bien mono-harmonique idéale permettent d'expliquer l'origine des signaux multi-harmoniques. Ils peuvent être uniquement dus au signal d'entrée, c'est le cas de l'harmonique 2, ou bien être une conséquence du terme non-linéaire, c'est le cas de la résonance observée à l'harmonique 3.

Conclusion

Cette étude montre l'intérêt de considérer les effets vibratoires non linéaires dans une démarche de dimensionnement des systèmes mécaniques. La méthode de simulation présentée permet une prédiction efficace des réponses vibratoires non linéaires et ainsi une compréhension fine des phénomènes observés. Désormais des travaux sont en cours pour appliquer cette méthode à des structures industrielles modélisées par la méthode des éléments finis avec d'autres types de non linéarités.

Références

- [1] M. CLAEYS, J.-P. LAMBELIN, J.-J. SINOU, B. ALCOVERRO, "Multi-harmonic measurements and numerical simulations of nonlinear vibrations of a beam with non-ideal boundary conditions", *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.*, **19**, p. 4196-4212 (2014).
- [2] A.H. NAYFEH, D.T. MOOK, *Nonlinear oscillations*, John Wiley & sons, New-York (1979).