

OBSERVABILITÉ DE LA DÉCÉLÉRATION D'UN VÉHICULE BALISTIQUE

P. MINVIELLE, P. DODIN, J.-P. LE CADRE*
CEA-Cesta, *IRISA/CNRS

Dès qu'un véhicule hyper vélocité rentre dans l'atmosphère, il subit une forte décélération. Un radar peut chercher à caractériser le freinage de l'objet, afin de mieux le suivre et, éventuellement, l'identifier. La propension de l'objet au freinage est souvent quantifiée par une grandeur appelée coefficient balistique. L'analyse de son observabilité, c'est-à-dire de la capacité à l'estimer, est un problème ardu. L'approche classique en théorie de l'estimation conduit à de lourds calculs de type simulation Monte-Carlo. Dans l'article [1], des travaux originaux sont présentés, menant à des formules analytiques exprimant l'observabilité. Ces formules sont utiles pour mieux appréhender cette question, et déterminer les paramètres dimensionnants. En outre, elles peuvent servir de support à des spécifications "système" ou à la gestion dynamique du senseur.

Lorsqu'il rentre dans l'atmosphère, un objet balistique voit son orientation modifiée, puis il subit un freinage considérable vers 60 km. Des phénomènes d'ablation peuvent influencer sur sa trajectoire. Outre sa position et sa vitesse, le coefficient balistique β , quantifiant la propension au freinage, constitue une caractéristique de l'objet. β étant relié au rapport entre la masse et la surface du maître-couple, il est important pour l'identification de l'objet [2]. Un radar, comme tout autre senseur chargé de poursuivre l'objet, doit impérativement surmonter la dynamique non-linéaire et non-stationnaire de la trajectoire. Dans ce but, des traitements de trajectographie ont été développés dès les années 60, et ils ont été, depuis lors, sans cesse améliorés [3]. Ces algorithmes, dont le plus connu est le filtre de Kalman, produisent une estimation séquentielle, autrement dit mise à jour à chaque nouvelle observation, des caractéristiques cinématiques du véhicule.

En complément des traitements de trajectographie, divers travaux ont été publiés sur la détermination de bornes théoriques, tout spécialement sur l'application de bornes PCR_B : Posterior Cramer-Rao Lower Bound [4]. Dans un contexte bayésien, où la dynamique non-déterministe est dite markovienne, ces bornes PCR_B indiquent la meilleure précision d'estimation possible.

Nous pouvons alors vérifier l'optimalité des traitements. Néanmoins, pour ce problème de filtrage non-linéaire, il n'y a pas d'expressions analytiques aux bornes PCR_B, lesquelles requièrent d'intenses calculs par simulation Monte-Carlo. Dans l'article [1], nous nous sommes concentrés sur la question de l'observabilité du coefficient balistique, c'est-à-dire sur la capacité à l'estimer au regard des précisions de mesure du senseur, de sa cadence, de la dynamique du véhicule, etc. Pour la première fois, des formulations analytiques, essentielles à la compréhension, ont été obtenues. La démarche adoptée consiste, à la suite de [5], à traiter de manière originale un élément clef de la théorie de l'estimation, la matrice d'information selon Fisher, ou FIM : Fisher Information Matrix.

La borne de Cramer-Rao est donnée par l'inverse de la matrice FIM. Plus il y a d'information sur le paramètre à estimer, plus grande est la FIM, et plus petite est la borne. Pour déterminer la matrice FIM, l'approche PCR_B conduit à des calculs trop complexes pour produire une formulation analytique. L'approche retenue a consisté à déterminer la matrice FIM indirectement. Au préalable, comme pour le modèle de rentrée d'Allen [1], nous faisons les hypothèses simplificatrices suivantes (figure 1) : l'objet de trajectoire déterministe rentre en incidence nulle dans une atmosphère de densité ρ , avec une pente

γ et un coefficient balistique β constants. Par la formule de *Cauchy-Binet*, nous obtenons une première expression du déterminant de la matrice *FIM*. Ensuite, par un recours intensif à de l'algèbre multi-linéaire, nous aboutissons à des formulations analytiques qui sont une approximation de la borne de *Cramer-Rao* appliquée au coefficient balistique β .

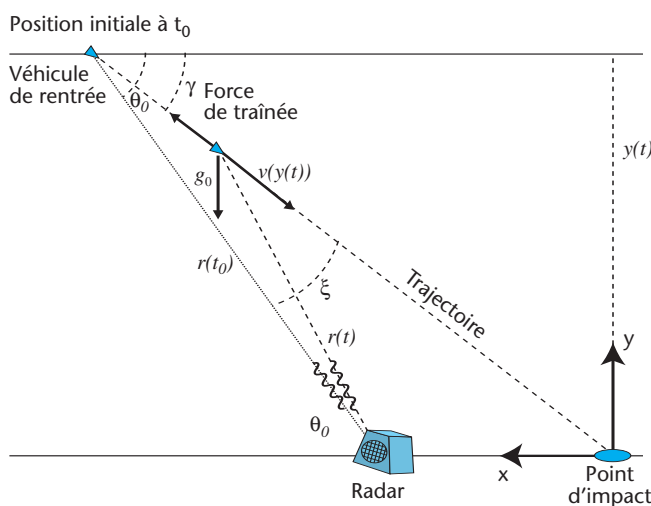


Figure 1
Scénario 2D de la rentrée atmosphérique d'un véhicule observé par un senseur au sol. La trajectoire de l'objet est rectiligne et freinée. La force de traînée est proportionnelle au terme $-1/2 \rho \beta V^2$, où ρ est la densité atmosphérique, V la vitesse, et β le coefficient balistique.

Ces expressions analytiques, confirmées par des calculs classiques de borne, sont un support particulièrement intéressant pour la compréhension de l'observabilité. Ainsi, dans le cas de mesures de la distance radiale r seule, nous montrons que l'observabilité du coefficient balistique β est proportionnelle au produit de la pression dynamique $1/2 \rho V^2$ par la dérivée de la distance radiale, s'il n'y a pas de terme orthogonal à la dynamique (*typiquement, pas de portance*), et par la dérivée angulaire, s'il y a un terme non radial. Si le senseur produit en outre des mesures angulaires, leurs contributions informatives n'existent qu'à condition d'un déplacement angulaire relatif. Quantitativement, nous pouvons aussi immédiatement délimiter, pour des conditions données (*cinématique du véhicule, caractéristiques du senseur*), une altitude en dessous de laquelle l'estimation du coefficient balistique devient possible. Au final, l'intérêt est de mettre en évidence les facteurs dimensionnants qui déterminent la qualité d'estimation du coefficient balistique. Diverses utilisations peuvent être envisagées, comme la spécification de type "système" (*illustrée sur la figure 2*), ou la gestion dynamique de senseur qu'autorisent ces formulations simples. Dans ce dernier cas, un radar peut, par exemple, alors qu'il scrute simultanément plusieurs objets, faire évoluer selon ses besoins sa cadence ou sa précision de mesure (*c'est-à-dire son allocation énergétique*), afin d'atteindre une performance souhaitée d'estimation du β .

Références

- [1] P. DODIN, P. MINVIELLE, J.-P. LE CADRE, "Estimating the ballistic coefficient of a re-entry vehicle", *IET Radar Sonar Navig.*, **1**, (3), p. 173-183 (2007).
- [2] P. GALAIS, "Atmospheric re-entry vehicle mechanics", Springer-Verlag (2007).
- [3] P. MINVIELLE, "Ballistic tracking techniques, decades of improvements", *IEEE Aerosp. & Elect. Systems Magazine*, **20**, (8), CF/1-14 (2005).
- [4] P. TICHAVSKY, C. H. MURAVCHIK, A. NEHORAI, "Posterior Cramer-Rao bounds for discrete-time nonlinear filtering", *IEEE Trans. Signal Process.*, **46**, (5), p. 1386-1396 (1998).
- [5] J.-P. LE CADRE, "Properties of estimability criteria for target motion analysis", *IEE Proc., Radar Sonar Navig.*, **145**, (2), p. 92-99 (1998).

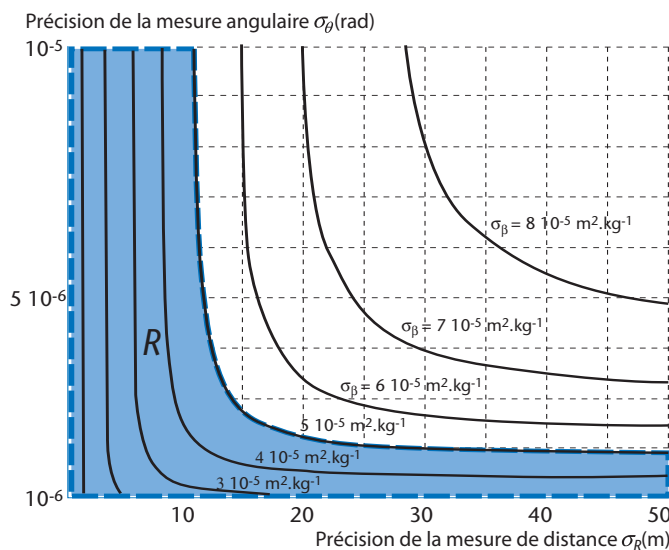


Figure 2
Observabilité du coefficient balistique. Ecart-type sur la grandeur β , en fonction de l'écart-type σ_R sur la distance mesurée, et de l'écart-type σ_θ sur l'angle mesuré. Illustration simple de spécification du senseur, la figure montre, dans le cas d'une fréquence de mesure de 1 Hz et d'une altitude d'intérêt de 40 km, un domaine R pour lequel la précision en β est inférieure à $5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{kg}^{-1}$.