

# Une nouvelle méthode de contact-glissement pour les schémas lagrangiens en énergie totale

E. LABOURASSE - S. DEL PINO / CEA – DAM Île-de-France  
 G. CLAIR / Eurobios, Gentilly  
 B. DESPRÉS / Laboratoire J.-L. Lions, Université Pierre et Marie Curie, Paris

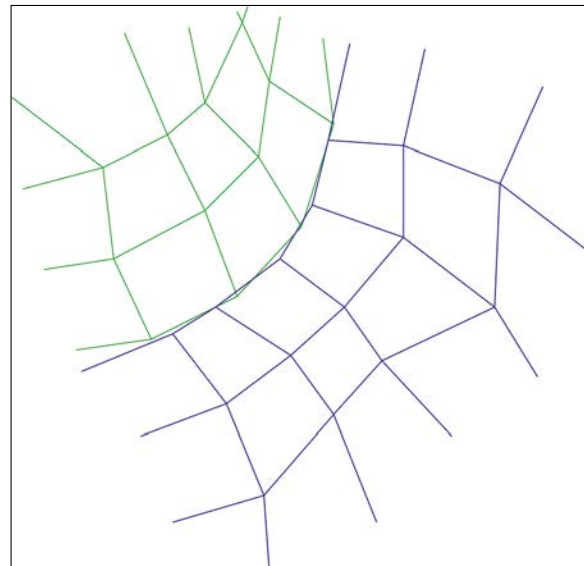
En hydrodynamique, la simulation du contact entre deux matériaux soulève des problèmes de modélisation et d'analyse numérique. Pendant la phase de contact, la vitesse normale est continue de part et d'autre de l'interface, mais pas nécessairement la vitesse tangentielle. Des méthodes numériques dédiées à ce problème ont été conçues depuis les années 1960. Récemment, une nouvelle classe de schémas pour l'hydrodynamique lagrangienne a été développée au CEA. Ces schémas sont dits co-localisés ou centrés car toutes les variables principales de l'écoulement (densité, vitesse, énergie) sont définies au centre de masse des mailles du maillage. Nous proposons une méthode numérique pour prendre en compte le contact-glissement avec ces nouveaux schémas.

## Schémas co-localisés (ou centrés) pour l'hydrodynamique lagrangienne

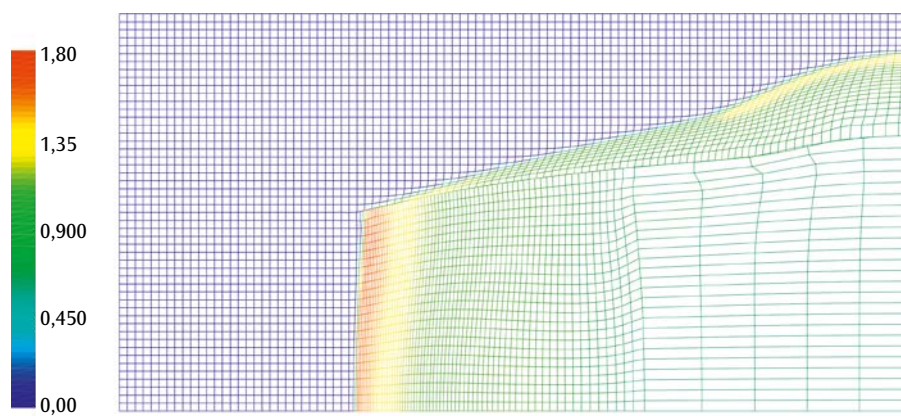
Le principe de l'hydrodynamique lagrangienne est de suivre la matière dans son mouvement. Pratiquement, les équations d'Euler ou de l'élasto-plasticité sont discrétisées sur un maillage qui se déplace à la vitesse du fluide. De nouveaux schémas dédiés à la résolution de ces équations ont été développés au CEA [1,2]. Ils s'appuient sur un solveur de Riemann multidimensionnel qui permet, entre autres, d'assurer de manière discrète le premier (conservation de l'énergie) et le second principe (croissance de l'entropie) de la thermodynamique. Ce solveur calcule des variables intermédiaires aux sommets du maillage à partir des variables principales. Ces variables (tenseur des contraintes et vitesse) permettent de calculer les flux d'énergie et de quantité de mouvement, et de déplacer le maillage.

## Méthode numérique pour le contact-glissement

Tel quel, ce schéma prédit une unique vitesse par sommet du maillage, ce qui interdit la discontinuité des vitesses tangentielles et par conséquent la modélisation du glissement. Nous devons donc adapter la méthode à des maillages mobiles l'un par rapport à l'autre comme illustré par la **figure 1**. Plutôt que de relaxer la continuité de la vitesse, le



**Figure 1.** Le maillage D1 (bleu – correspondant au matériau M1) glisse sur le maillage D2 (vert – correspondant au matériau M2). L'interface discrète I1 induite par le maillage D1, ne coïncide pas avec l'interface discrète I2 induite par le maillage D2. Pourtant, elles sont l'image de la même interface physique entre les matériaux M1 et M2.



**Figure 2.** Problème de Caramana : un gaz léger à haute pression (en bas à droite) se détend dans un gaz léger à basse pression (en bas à gauche) et un fluide lourd haute pression (en haut). La carte de couleur correspond à la pression. La détente est rapide dans le gaz léger à basse pression, ce qui se traduit par de grandes mailles, en vis-à-vis avec de petites mailles dans le fluide lourd basse pression.

principe de notre méthode consiste à considérer autant de problèmes distincts que de matériaux. Dans le cas représenté sur la **figure 1**, les maillages D1 (correspondant au matériau M1) et D2 (correspondant au matériau M2) glissent l'un sur l'autre. L'approche discrète implique que les interfaces (dans l'exemple I1 et I2) ne sont pas confondues, alors qu'elles sont l'image d'une unique interface physique entre les matériaux (M1 et M2). Il est donc nécessaire de calculer, de manière consistante et conservative, les vitesses et les flux aux sommets des interfaces I1 et I2, en assurant la continuité de la composante normale de la vitesse.

### Résolution numérique du problème contraint

Pour ce faire, le problème de Riemann décrit plus haut est reformulé sous la forme d'un problème de minimisation. Une fonctionnelle est minimisée sur les domaines associés aux différents matériaux en présence. Sur les lignes de contact entre matériaux, une contrainte est ajoutée [3,4]. Celle-ci impose la continuité de la composante normale de la vitesse le long des interfaces. La résolution de ce problème contraint est décrite dans [4,5]. Le principe est de lier la composante normale de la vitesse de chacun des sommets de chaque interface (dans l'exemple I1 ou I2) à celles de ses plus proches voisins sur l'interface en vis-à-vis (I2 ou I1). De proche en proche, toutes les vitesses des sommets des interfaces sont couplées. Cela nécessite la résolution d'un système linéaire de taille proportionnelle au nombre de degrés de libertés (donc de sommets) sur les interfaces. Ce système linéaire est creux, car les interactions directes entre les sommets des interfaces sont locales. La force exercée par un matériau sur l'autre se déduit de la résolution de ce problème. Les flux numériques calculés à partir de cette force assurent la conservation discrète de la quantité de mouvement et de l'énergie totale. Caramana [6] a proposé un test numérique permettant d'évaluer

l'efficacité des méthodes de contact-glissement. Le résultat numérique présenté sur la **figure 2** a été obtenu avec notre méthode pour ce test, et il confirme son potentiel.

### Conclusion

Nous avons proposé et implémenté un nouvel algorithme conservatif pour prendre en compte le contact-glissement entre plusieurs matériaux. La résolution numérique des équations a été reformulée sous la forme d'un problème de minimisation sous contrainte pour assurer la continuité de la composante normale de la vitesse à l'interface entre les matériaux. Cette procédure est générale, et pourra s'étendre à la modélisation d'autres contraintes associées aux interfaces.

### Références

- [1] B. DESPRÉS, C. MAZERAN, "Lagrangian Gas Dynamics in Two Dimensions and Lagrangian systems", *Arch. Rational Mech. Anal.*, **178**, p. 327–372 (2005).
- [2] P.-H. MAIRE, R. ABGRALL, J. BREIL, J. OVADIA, "A Cell-Centered Lagrangian Scheme for Two-Dimensional Compressible Flow Problems", *SIAM J. Sci. Comput.*, **29**, p. 1781–1824 (2007).
- [3] G. CLAIR, B. DESPRES, E. LABOURASSE, "A new method to introduce constraints in cell-centered Lagrangian schemes", *Comput. Method. Appl. M.*, **261-262**, p. 56-65 (2013).
- [4] S. BERTOLUZZA, S. DEL PINO, E. LABOURASSE, "A conservative slide line method for cell-centered semi-lagrangian and ALE schemes in 2D", soumis à *Math. Modell. Num. An.*
- [5] G. CLAIR, B. DESPRÉS, E. LABOURASSE, "A one-mesh method for the cell-centered discretization of sliding", *Comput. Method. Appl. M.*, **269**, p. 315-333 (2014).
- [6] E.J. CARAMANA, "The implementation of slide lines as a combined force and velocity boundary condition", *J. Comput. Phys.*, **228**, p. 3911-3916 (2009).