Couplage de l'effet Landau avec l'amplification Raman

L'interaction d'une impulsion laser intense avec un plasma est un phénomène physique complexe pour lequel la simulation numérique joue un rôle essentiel. Son étude constitue un champ d'investigation encore largement ouvert pour les mathématiques appliquées et l'analyse numérique fine. À titre d'exemple, nous nous intéressons ici à différents problèmes numériques soulevés par la simulation numérique du couplage entre l'amplification Raman et l'amortissement Landau.

R. Belaouar École Polytechnique, Palaiseau
T. Colin LRC M03, Laboratoire de Mathématiques Appliquées, Université Bordeaux 1
G. Gallice CEA - CESTA

Afin de simuler numériquement une expérience de fusion par confinement inertiel (FCI), il est nécessaire de disposer de modèles physico-numériques efficaces et précis. Les équations de Vlasov-Maxwell mettent en jeu toute la physique nécessaire à la modélisation d'un problème de FCI, mais sont très coûteuses et limitées à des simulations sur des échelles spatio-temporelles réduites. Pour les mêmes raisons, les équations d'Euler-Maxwell sont peu appropriées. Il est alors nécessaire de faire appel à la modélisation *via* l'utilisation de méthodes asymptotiques conduisant à l'établissement des équations de Zakharov et de ses variantes. Une dérivation rigoureuse du modèle de Zakharov à partir des équations d'Euler-Maxwell est donnée dans [1], et dans [2] une étude mathématique du système de type Zakharov mettant en jeu l'interaction d'une onde laser avec les ondes stimulées Raman et Brillouin, les ondes plasma électroniques (OPE) et les ondes acoustiques ioniques. Bien que déjà très riche, ce modèle reste insuffisant pour prendre en compte des effets cinétiques tels que l'effet Landau qui est un processus d'interaction onde-particules dans les plasmas sous-denses [3]. Il correspond à un mécanisme résonnant entre les électrons du plasma et les ondes plasma électroniques. Il a pour conséquence un échange d'énergie irréversible entre ces électrons et les ondes plasma électroniques et ainsi un amortissement de ces mêmes ondes.

Modèle mathématique

Le modèle décrivant le couplage de l'amplification Raman avec l'effet Landau est un système à 5 équations. Celles décrivant l'OPE E, de fréquence $(\omega_{pe}+\omega_1,\ k_1)$ et la fonction de distribution F_e sont données par :

$$i(\partial_t E+\upsilon * E)+\alpha\partial_{\chi\chi}E=\beta\delta n E+\gamma\partial_\chi(\overline{A}_r A_0 e^{i(k_1 x-\omega_1 t)}), \quad (1)$$
$$\partial_t F_e=\partial_v(D\partial_v F_e).$$

Le taux d'amortissement est défini dans l'espace de Fourier par :

$$\hat{\upsilon}(\xi,t)=\frac{C_1}{\xi|\xi|}\partial_v F_e\left(\frac{\omega_{pe}}{\xi}\right)$$

et le coefficient de diffusion par :

$$D(v,t)=\frac{C_2}{|v|}\left|\hat{E}\left(\xi=\frac{\omega_{pe}}{v},t\right)\right|$$

avec ω_{pe} la fréquence plasma électronique. La relation entre fréquence et vitesse, établie par :

$$\xi=\frac{\omega_{pe}}{v}$$

indique que le processus n'est efficace que lorsque la vitesse de phase des ondes plasma est égale à la vitesse des électrons.
Ici A_0, A_r et δ_n sont respectivement l'onde laser, l'onde Raman rétrodiffusée et la composante basse fréquence de la variation de densité ionique. Ces ondes sont couplées entre elles et avec E par un système de type Zakharov identique à celui de [2].

Approximation numérique

Les équations précédentes constituent un système non-linéaire par la présence de termes d'interaction au second membre des équations sur A_0, A_r et δ_n et aussi du terme d'amortissement Landau. En outre, ce dernier est défini dans l'espace de Fourier *via* la solution d'une équation de diffusion pour la fonction de distribution F_e. Cette dualité entre espace direct et espace de Fourier est en soi une des originalités du modèle. Elle est aussi une des raisons de la difficulté de son traitement numérique. Cette complexité rend délicate une prise en compte globale et simultanée de tous les effets physiques considérés dans le modèle. L'approche numérique utilisée ici

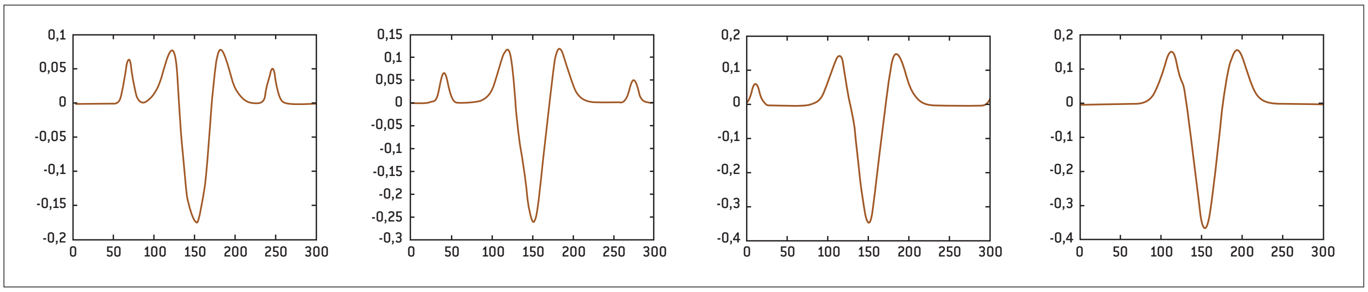

Figure 1. Fluctuations de densité aux temps 95, 126, 162, 208 obtenues avec un modèle simplifié (échelles adimensionnées).

est une technique de « splitting » permettant de traiter d'une part l'effet Landau et d'autre part les équations de champ sur A_0, A_r et δ_n et E en l'absence d'effet Landau. Dans la première étape, l'équation de diffusion sur F_e est résolue pour E donné. La deuxième étape consiste à évaluer le taux d'amortissement Landau dans l'espace de Fourier, et ainsi faire évoluer le champ E fréquence par fréquence. La dernière étape met à jour sur un pas de temps les champs A_0, A_r et δ_n à l'aide du schéma conservatif proposé dans [4].
Cette technique, aisée à implémenter, permet d'obtenir une méthode numérique satisfaisant une propriété de décroissance d'énergie comme attendu, et par conséquent une bonne stabilité numérique [5].

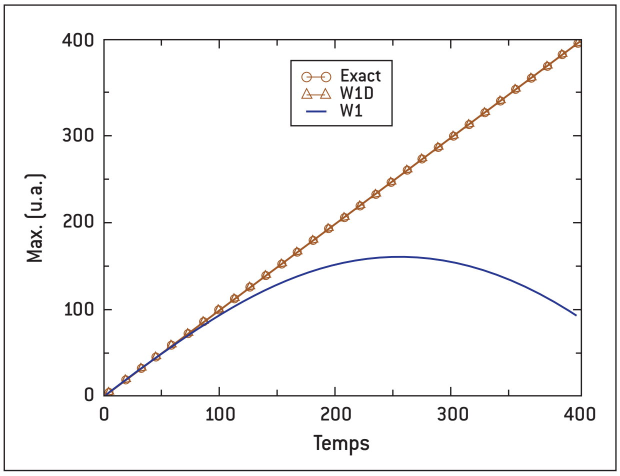

Figure 2. Solutions obtenues pour un modèle simplifié avec les conditions d'accord de phase discrète et continue (échelles adimensionnées).

Au-delà des difficultés intrinsèques dues aux non-linéarités rappelées plus haut, certains points délicats doivent être traités. Mentionnons tout d'abord les conditions limites. En effet, les temps physiques de simulation sont pilotés par les ondes acoustiques ioniques qui ont une vitesse de propagation bien plus petite que celles des ondes laser A_0, A_r. Les domaines de calcul étant finis, ces ondes laser en franchissent les bords, et il importe qu'il n'y ait pas d'onde parasite réfléchie vers l'intérieur du domaine. Des conditions limites absorbantes d'ordre 1 ont été développées dans ce but (**figure 1**).
Le dernier point concerne la condition d'accord de phase. En effet, l'amplification Raman est une croissance du champ A_r qui correspond à une décomposition de l'onde laser A_0 en une onde électromagnétique rétrodiffusée et une OPE E. La condition d'accord de phase pour que cette interaction résonnante ait lieu est donnée par $\omega_1 = \alpha k_1^2$. Dans le cas discret, si l'on veut garantir une croissance efficace, il est nécessaire de remplacer dans (**1**) cette condition par une condition d'accord de phase discrète donnée par :

$$\omega_{1d} = \frac{2}{\Delta t}\arctan\left(\frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2}\,(1 - \cos(k_1 \Delta_x))\right)$$ (**figure 2**).

RÉFÉRENCES

[1] **B. TEXIER,** "Derivation of the Zakharov equations", ARMA, **184**, p. 121-183 (2007).

[2] **M. COLIN, T. COLIN,** "On a quasilinear Zakharov system arising in plasma physics", *Diff. Int. Equ.*, **17**, p. 297-330 (2004).

[3] **J.-L. DELCROIX, A. BERS,** Physique des plasmas, CNRS, (1994).

[4] **M. COLIN, T. COLIN,** "A numerical model for the Raman amplification for Laser-plasma Interaction", *J. Comp. App. Math.*, **193**, p. 535-562 (2006).

[5] **R. BELAOUAR, T. COLIN, G. GALLICE,** "Numerical coupling of Landau damping and Raman amplification", *J. Comp. Phys.*, **228**, p. 387-405 (2009).