

# Topologie et maillage hexaédrique

La plupart des méthodes numériques s'appuient sur des maillages tétraédriques ou hexaédriques pour discrétiser leur domaine d'étude. L'utilisation de maillages hexaédriques est préférée pour certaines méthodes, mais la génération de ces maillages est beaucoup plus complexe que celle des maillages tétraédriques. Le critère de Delaunay assure l'existence et l'adaptation locale d'un maillage tétraédrique pour n'importe quel volume dont la frontière est discrétisée à l'aide d'une surface triangulaire. Un tel critère n'existe pas pour les maillages hexaédriques. Au contraire, ceux-ci sont pourvus d'une structure topologique globale qui complexifie grandement les traitements. Notre approche pour générer et modifier un maillage hexaédrique est donc de considérer initialement cette contrainte topologique tout en n'oubliant pas la géométrie du domaine d'étude.

F. Ledoux • J.-Ch. Weill CEA - DAM Île-de-France

## Structure topologique des maillages hexaédriques

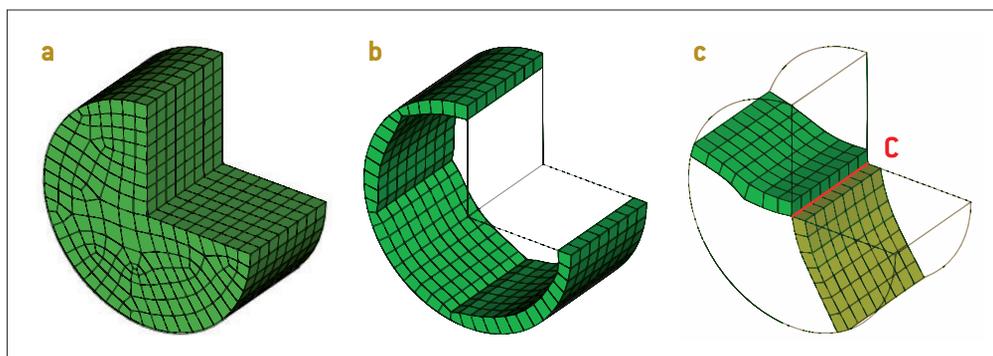
Topologiquement, un hexaèdre est composé de 6 faces, 12 arêtes et 8 sommets. Ces faces peuvent être regroupées en 3 ensembles de 2 faces composés chacun de 2 faces opposées dans l'hexaèdre. Les arêtes n'appartenant pas à ces 2 faces peuvent alors être regroupées et considérées comme topologiquement «parallèle». En se basant sur ces arêtes parallèles, on peut structurer, de proche en proche, l'ensemble d'un maillage hexaédrique en couches de mailles, ou *feuillet*s (figure 1). Il en résulte une structuration globale, définie comme un arrangement simple de surface dans le maillage dual [1]; l'ajout ou la suppression d'un hexaèdre se traduit alors généralement par l'ajout ou la suppression d'un feuillet complet [2].

La plupart des algorithmes de génération de maillage repose sur des traitements locaux sans prendre en compte la structure topologique

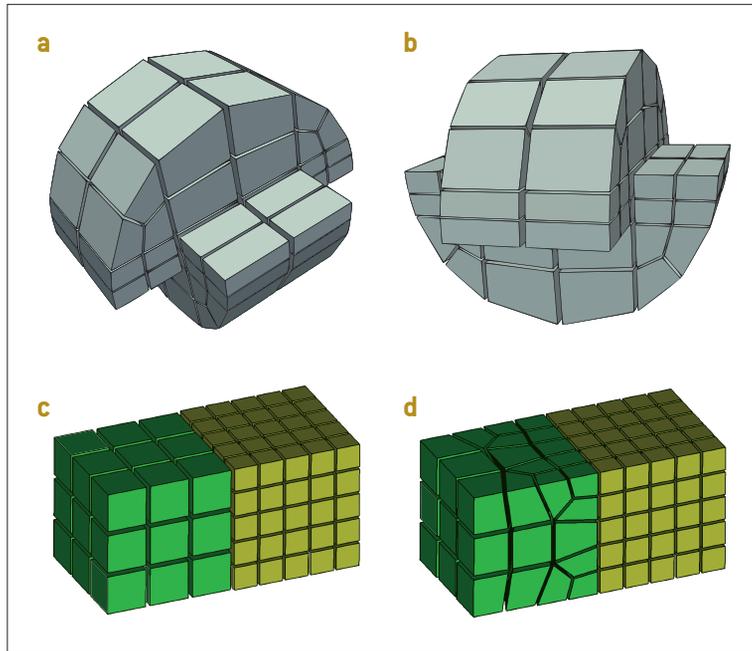
globale des maillages hexaédriques. C'est pourquoi ces algorithmes sont généralement limités à une catégorie spécifique de géométries.

## Maillages hexaédriques fondamentaux

Généralement, l'utilisation d'un maillage hexaédrique pour discrétiser un domaine  $\Omega$  est dictée par le choix de la méthode numérique ou par des contraintes géométriques. Il est ainsi nécessaire de porter une attention toute particulière à la frontière de  $\Omega$ , notée  $\partial\Omega$ . Dans cette optique, nous introduisons la notion de *maillage fondamental* qui lie la topologie du maillage et la géométrie de  $\partial\Omega$  [3]. Cette notion repose sur la définition de trois types de feuillets fondamentaux qui vont discrétiser le voisinage volumétrique de  $\partial\Omega$  (figure 1). L'introduction de cette définition nous permet de caractériser le résultat des algorithmes de génération de maillages hexaédriques.



**Figure 1.**  
 (a) Un maillage hexaédrique.  
 (b) Un feuillet fondamental de type 1 où tous les hexaèdres sont situés le long de la même surface géométrique.  
 (c) Deux feuillets fondamentaux de type 3 qui capturent la courbe géométrique C.



**Figure 2.**  
 (a,b) Maillage hexaédrique fondamental structuré par blocs.  
 (c) Deux maillages non conformes, rendus conformes en (d).

### Génération de maillages hexaédriques fondamentaux

Dans [4], nous avons proposé un algorithme pour la création d'un maillage hexaédrique fondamental pour des géométries de type CAO (conception assistée par ordinateur) dont les sommets géométriques sont de valence 4 au plus. Cet algorithme utilise abondamment les opérations d'insertion et de suppression de feuillettes. Partant d'un maillage THex, obtenu à partir d'un maillage tétraédrique en découpant chaque tétraèdre en quatre hexaèdres de manière barycentrique, nous y insérons des feuillettes fondamentaux. Ceux-ci sont déterminés par la résolution d'un système de contraintes linéaires sur la géométrie de  $\partial\Omega$  et sur les arrangements possibles de feuillettes fondamentaux. Une fois ceux-ci insérés, d'autres feuillettes du maillage sont supprimés pour obtenir des maillages fondamentaux avec un minimum d'hexaèdres (**figures 2a et 2b**).

### Modifications de maillages hexaédriques

Si générer un maillage hexaédrique pour un objet géométrique donné est difficile, la génération d'un maillage hexaédrique pour un assemblage d'objets géométriques l'est encore plus. Dans [5], un algorithme permettant de rendre conforme des maillages hexaédriques le long d'une interface commune a été proposé (**figures 2c et 2d**). Cet algorithme rend conformes deux maillages générés indépendamment pour des géométries partageant une même interface. Cet algorithme repose lui aussi sur les opérations d'insertion et de suppression de feuillettes.

### Conclusion

La génération d'un maillage s'avère l'une des étapes les plus consommatrices en temps «ingénieur» lors d'une simulation numérique. L'introduction de la notion de maillage fondamental, et les algorithmes proposés [4,5], nous permettront d'envisager une automatisation plus grande de cette étape. Ceci passera par des extensions de ces travaux à tout type de géométries et d'assemblages de géométries.

### RÉFÉRENCES

- [1] T. M. TAUTGES, S. KNOOP, "Topology modifications of hexahedral meshes using atomic data structure for parallel automated adaptive analysis", Proc. 12<sup>th</sup> International Meshing Roundtable, Santa Fe, NM (USA), Sept. 14-17 (2003), p. 415-423 (2003).
- [2] F. LEDOUX, J. F. SHEPHERD, "Topological and geometrical properties of hexahedral meshes", *Eng. Comput.*, **26**(4), p. 419-432 (2010).
- [3] F. LEDOUX, J. F. SHEPHERD, "Topological modifications of hexahedral meshes via sheet operations: a theoretical study", *Eng. Comput.*, **26**(4), p. 433-447 (2010).
- [4] N. KOWALSKI, F. LEDOUX, M. L. STATEN, S. J. OWEN, "Fun sheet matching: towards automatic block decomposition for hexahedral meshes", *Eng. Comput.*, DOI: 10.1007/s00366-010-0207-5 (2010).
- [5] M. L. STATEN, J. F. SHEPHERD, F. LEDOUX, K. SHIMADA, "Hexahedral Mesh Matching: Converting non-conforming hexahedral-to-hexahedral interfaces into conforming interfaces", *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **82**(12), p. 1475-1509 (2010).