Partitionnement et maillage quadrangulaire structuré par blocs
pour des géométries multi-domaines

N. KOWALSKI - F. LEDOUX / CEA–DAM Île-de-France
P. FREY / Laboratoire J.-L. Lions, Université Pierre et Marie Curie

Pour certaines simulations numériques, il est préférable de disposer de maillages quadrangulaires structurés par blocs ayant des caractéristiques précises telles que l'alignement des mailles le long du bord du domaine d'étude. En pratique, ces maillages sont majoritairement créés manuellement, ce qui représente un effort important pour l'ingénieur. Afin de réduire cet effort, nous proposons une méthode automatique permettant de générer de tels maillages avec la garantie d'un faible nombre de singularités. L'approche proposée repose sur la génération d'un champ d'orientations à l'aide de la résolution d'une équation aux dérivées partielles (EDP) non linéaire. En s'appuyant sur les singularités et séparatrices de ce champ, on génère alors un partitionnement du domaine géométrique en blocs quadrangulaires qui sont discrétisés à l'aide de maillages quadrangulaires structurés.

Des maillages quadrangulaires structurés par blocs

Pour de nombreuses simulations numériques 2D réalisées au CEA/DAM, les maillages quadrangulaires sont préférés aux maillages triangulaires. Le maillage n'est pas simplement quadrangulaire ; il doit aussi :

- Respecter le bord géométrique, c'est-à-dire que des couches de mailles doivent être alignées le long du bord du domaine tout en capturant les sommets géométriques. On parle alors de maillage fondamental [1] ;
- Être le plus structuré possible, c'est-à-dire qu'il doit disposer d'un maximum de sommets internes réguliers de valence 4.

La génération de tels maillages passe actuellement par le partitionnement manuel du domaine d'étude en parties quadrangulaires qui sont ensuite discrétisées individuellement. L'objectif de ce travail est d'automatiser l'étape de partitionnement d'un ou plusieurs domaines géométriques simultanément [2].

Définition d'un champ d'orientations

Partant d'un domaine géométrique Ω, notre approche consiste à générer un champ d'orientations sur Ω puis à en extraire le squelette topologique qui partitionnera Ω (**figure 1**). Pour à la fois disposer de couches de mailles alignées le long de la frontière $\partial\Omega$ de Ω et capturer « correctement » les sommets géométriques de $\partial\Omega$, nous propageons une orientation définie en tout point de $\partial\Omega$ de manière continue à l'intérieur du domaine Ω. Intuitivement, une orientation est définie comme étant une croix formée de 4 vecteurs unitaires orthogonaux ou opposés (**figure 1a**) [3].

Initialement, une orientation est définie en tout point P de $\partial\Omega$ à partir du vecteur normal unitaire

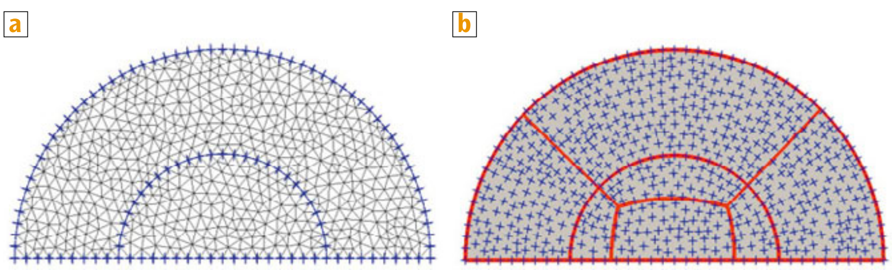

Figure 1. (a) : Triangulation de Ω avec les orientations définies au bord de ses deux sous-domaines.
(b) : Champ d'orientations correspondantes avec tracé du squelette topologique (en rouge).

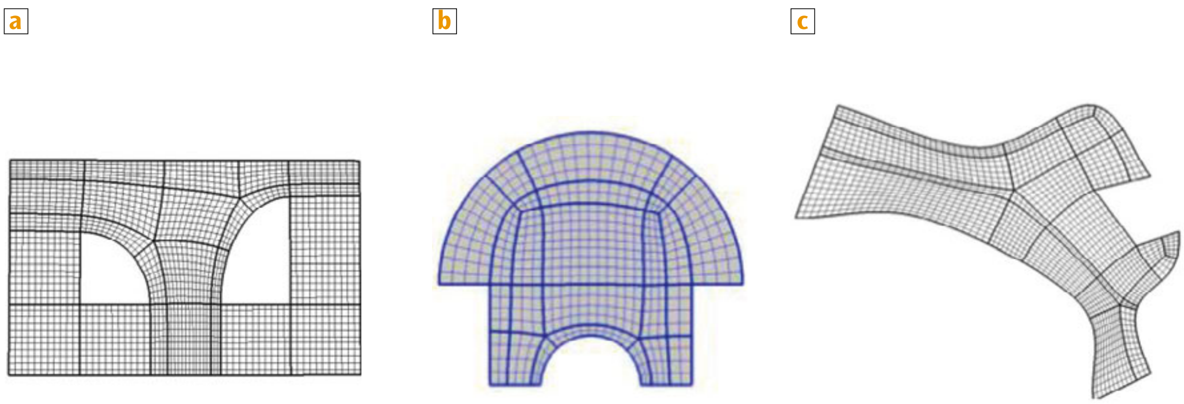

Figure 2. Trois domaines pour lesquels un partitionnement manuel est difficile. (a) : la différence de tailles entre les deux ouvertures se traduit par un non-raccordement des singularités de valence 5. – (b) : une géométrie symétrique où le nombre de singularités est minimisé. – (c) : un partitionnement où une couche mince apparaît dans le squelette.

n à ∂Ω en P et des trois vecteurs formant une croix avec **n**. Cette condition sur le bord est propagée sur Ω tout entier en résolvant une équation aux dérivées partielles correspondant au problème de la chaleur enrichi d'une contrainte non linéaire. Techniquement, cette équation n'agit pas directement sur des orientations, mais sur des vecteurs les représentant [4]. En outre, la résolution est faite de manière discrète sur Ω en se reposant sur les sommets d'un maillage triangulaire. Le champ discret obtenu est ensuite étendu de manière continue sur Ω afin de servir de support pour partitionner Ω (**figure 1b**).

Partitionnement du domaine géométrique

Nous extrayons alors le squelette topologique de ce champ continu composé de singularités, c'est-à-dire les points de Ω où le champ d'orientations s'annule, et de séparatrices, c'est-à-dire des lignes du champ d'orientations reliant les singularités entre elles (ou une singularité avec le bord). Par construction, ces singularités sont adjacentes à 3 ou 5 parties uniquement.

Ce squelette partitionne Ω en parties où le champ d'orientations est lisse, mais cela n'assure pas des parties quadrangulaires. Pour cela, nous complétons le squelette par l'ajout de singularités sur ∂Ω où la courbure est discontinue et l'ajout des lignes de champ en émanant (squelette complet en rouge sur la **figure 1b**). En appliquant un simple algorithme d'interpolation transfinie à chaque partie, on obtient un maillage quadrangulaire structuré par blocs que l'on peut adapter à des géométries complexes (**figure 2**).

Conclusion

L'algorithme proposé dans ce travail permet de partitionner automatiquement des géométries multi-domaines en parties quadrangulaires pour lesquels des algorithmes classiques de maillage quadrangulaire usuels peuvent être appliqués.

L'intégration de cet algorithme à nos outils de maillage permettra à l'avenir de réduire grandement le temps ingénieur consacré à la génération des maillages quadrangulaires. Nous travaillons actuellement à son extension 3D au maillage hexaédrique où nous espérons des résultats similaires pour une grande variété d'objets géométriques.

Références

[1] **F. LEDOUX**, **J. F. SHEPHERD**, "Topological and geometrical properties of hexahedral meshes", *Eng. Comput.*, **26**(4), p. 419-432 (2010).

[2] **N. KOWALSKI**, **F. LEDOUX**, **P. FREY**, "A PDE based Approach to Multi Domain Partitioning and Quadrilateral Meshing", *Proc. 21st International Meshing Roundtable*, October 2012, Springer, p.137-154 (2012).

[3] **N. RAY**, **B. VALLET**, **W. C. LI**, **B. LEVY**, "N-Symmetry direction field design", *ACM Trans. Graph.*, **25**(4), p. 1460-1485 (2008).

[4] **J. PALACIOS**, **E. ZHANG**, "Rotational symmetry field design on surfaces", *In SIGGRAPH'07, ACM, New-York, NY, USA,* 55 (2007).