

Un nouveau type de schéma lagrangien pour les écoulements élastoplastiques

P.-H. MAIRE / CEA – Cesta

R. ABGRALL / INRIA Bordeaux Sud-Ouest, Institut de mathématiques de Bordeaux (IMB), Université de Bordeaux 1, Talence

J. BREIL / Centre lasers intenses et applications (CELIA), UMR 5107 Université de Bordeaux 1 – CNRS – CEA, Talence

R. LOUBÈRE / CNRS, Institut de mathématiques de Toulouse (IMT), Université Paul Sabatier, Toulouse

B. REBOURCET / CEA – DAM Île-de-France

Nous décrivons une méthode du type Volumes Finis dédiée à la simulation numérique de l'évolution temporelle de matériaux ductiles sous sollicitation dynamique intense. Le modèle employé est celui introduit par Wilkins pour décrire le comportement d'un matériau isotrope élastique parfaitement plastique. Le schéma de discrétisation appartient à la catégorie des méthodes lagrangiennes centrées aux mailles dites de Volumes Finis où les variables physiques caractérisant l'écoulement sont définies aux mailles d'une grille qui suit la matière dans son mouvement.

Contexte et objectifs

La simulation numérique des écoulements instationnaires compressibles multi-matériaux et multi-dimensionnels repose en partie sur l'utilisation de méthodes dites lagrangiennes pour lesquelles le maillage suit la matière dans son mouvement. La masse de chaque maille de la grille de calcul est conservée et les interfaces entre les matériaux sont suivies avec précision. Depuis plus de quarante ans, les schémas dits décalés [1] ont permis de simuler ce type d'écoulements en utilisant une localisation distincte des variables physiques: les quantités cinématiques sont définies aux nœuds du maillage en vue de rendre naturellement compte de son mouvement, tandis que les quantités thermodynamiques sont définies aux mailles.

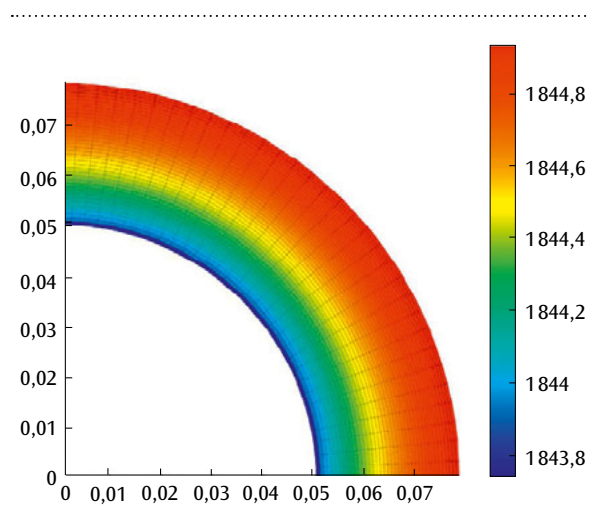


Figure 1. Champ de densité massique (kg/m^3) et maillage de la coquille à l'instant final. Les axes sont gradués en mètres.

Le développement récent d'une classe de schémas centrés [2,3] caractérisés par une localisation spatio-temporelle unique de toutes les variables physiques, a ouvert de nouvelles perspectives. Ces schémas sont une alternative prometteuse aux schémas décalés de par le respect des propriétés des modèles physiques (conservation, entropie) et des capacités des techniques numériques (convergence, maillage adaptatif). En effet, les schémas centrés reposent sur une formulation discrète des lois de conservation de la mécanique pour le volume, la quantité de mouvement et l'énergie totale caractérisée par les trois principes fondamentaux suivants:

- ▶ la vitesse des nœuds est compatible avec la variation de volume des mailles, ce qui garantit la nature lagrangienne de l'algorithme;
- ▶ l'énergie totale et la quantité de mouvement sont rigoureusement conservées, ce qui rend le schéma convergent;
- ▶ l'énergie cinétique est naturellement convertie en énergie interne à travers les chocs conformément au second principe de la thermodynamique, et ce sans recourir à l'ajout d'une viscosité artificielle *ad hoc*.

L'application de cette nouvelle approche à la simulation des écoulements multi-matériaux fortement compressibles a fourni des résultats de qualité supérieure ou égale à ceux obtenus avec l'approche décalée historique, tant en formalisme lagrangien pur [4] qu'en formalisme de maillage adaptatif [5] qui a été considérablement simplifié par le centrage de l'ensemble des variables physiques.

Nous proposons une extension des schémas centrés [6] dédiée à la simulation numérique d'écoulements élastoplastiques en utilisant le modèle dit

de Wilkins [1], couramment utilisé dans les codes d'hydrodynamique. Ici, le tenseur des contraintes de Cauchy est décomposé en une partie sphérique et une partie déviatorique. La partie sphérique correspond à la pression thermodynamique définie par une équation d'état du type Mie-Grüneisen. Quant à la partie déviatorique, elle est régie par une équation exprimant l'évolution temporelle du déviateur des contraintes en fonction du tenseur des taux de déformation, au moyen d'une dérivée objective. La plasticité est modélisée au moyen du critère de von Mises; son traitement numérique utilise la méthode dite du retour radial. Une attention particulière est portée à la consistance thermodynamique de ce modèle ainsi qu'à l'influence du choix de la dérivée objective utilisée pour la loi de comportement.

Illustration numérique

On considère l'implosion cylindrique d'une coquille dont l'énergie cinétique initiale est entièrement convertie en un temps fini en énergie interne par dissipation plastique [7]. On dispose analytiquement de la valeur des rayons interne et externe de la coquille à l'instant final, en fonction de sa mise en vitesse initiale. La **figure 1** représente le maillage correspondant à un quart de la coquille et le champ de densité à l'instant final. Sur la **figure 2**, on observe que les valeurs de la solution analytique sont atteintes démontrant les propriétés de conservation et de convergence du schéma. Les bilans d'énergie cinétique, interne et totale de la coquille au cours du temps sont représentés sur la **figure 3**.

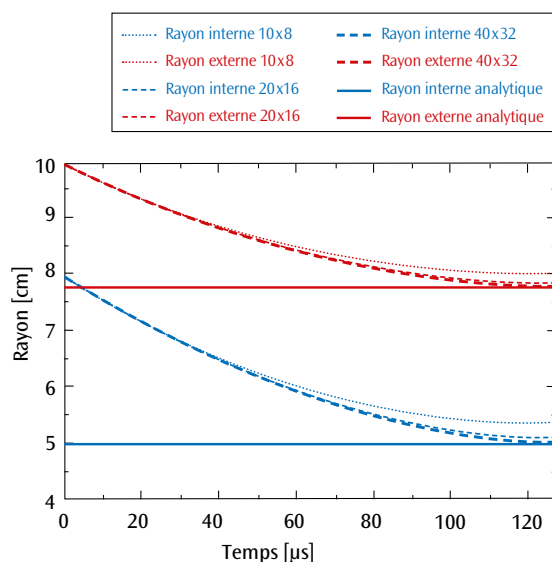


Figure 2. Tracé des rayons internes et externes de la coquille en fonction du temps. Étude de la convergence en maillage de la solution numérique vers la valeur analytique au temps final des rayons interne et externe.

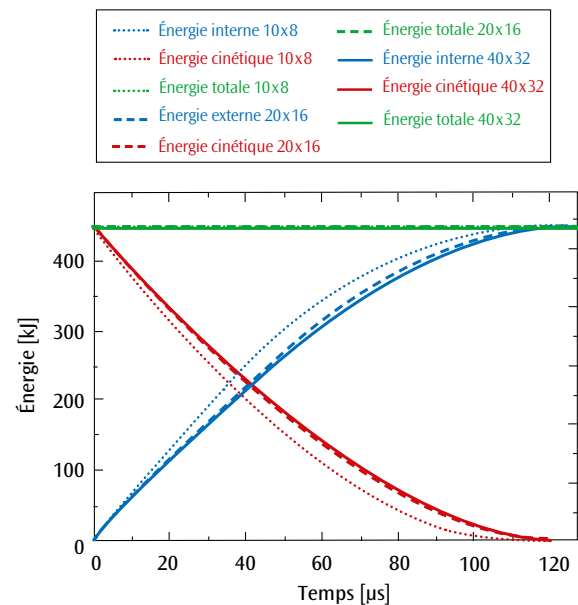


Figure 3. Étude de la convergence en maillage de la solution numérique pour les bilans d'énergie totale, cinétique et interne en fonction du temps.

Conclusion

Un nouveau type de schéma lagrangien pour l'élastoplasticité est proposé. Il allie respect de la physique et des propriétés numériques nécessaires à la fiabilité des calculs. Nous envisageons dans un futur proche de construire l'extension 2D axisymétrique de ce schéma numérique afin de valider cette méthode sur des résultats expérimentaux d'impact de cylindres du type impact de Taylor.

Références

- [1] M. L. WILKINS, *Calculation of elastic-plastic flows*, Methods in Computational Physics, Academic Press (1964).
- [2] B. DESPRÉS, C. MAZERAN, "Lagrangian gas dynamics in two dimensions and Lagrangian systems", *Arch. Rational. Mech. Anal.*, **178**, p. 327-372 (2005).
- [3] P.-H. MAIRE, R. ABGRALL, J. BREIL, J. OVADIA, "A cell-centered Lagrangian scheme for compressible flow problems", *SIAM J. Scien. Comp.*, **29**, p. 1781-1824 (2007).
- [4] P.-H. MAIRE, "A high-order cell-centered Lagrangian scheme for two-dimensional compressible fluid flows on unstructured meshes", *J. Comput. Phys.*, **228**, p. 2391-2425 (2009).
- [5] S. GALERA, P.-H. MAIRE, J. BREIL, "A two-dimensional unstructured cell-centered multi-material ALE scheme using VOF interface reconstruction", *J. Comput. Physics.*, **229**, p. 5755-5787 (2010).
- [6] P.-H. MAIRE, R. ABGRALL, J. BREIL, R. LOUBÈRE, B. REBOURCET, "A nominally second-order cell-centered Lagrangian scheme for simulating elastic-plastic flows on two-dimensional unstructured grids", *J. Comput. Physics.*, **235**, p. 626-665 (2013), [doi: 10.1016/j.jcp.2012.10.017](https://doi.org/10.1016/j.jcp.2012.10.017) (2012).
- [7] G. KLUTH, B. DESPRÉS, "Discretization of hyperelasticity on unstructured mesh with a cell-centered Lagrangian scheme", *J. Comput. Physics.*, **229**, p. 9092-9118 (2010).